

ОПД.Р.03 СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА СБОРНИК ОПИСАНИЙ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

Приведены описания лабораторных работ по основным разделам учебной программы. Некоторые методы испытания инженерных конструкций, рассмотренные в данной разработке, могут использоваться для диагностики состояния элементов реальных конструкций в процессе эксплуатации.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ	4
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1.....	6
ИССЛЕДОВАНИЕ ДЕФОРМАЦИЙ МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ ИЛИ ДЕРЕВЯННОЙ ФЕРМЫ.....	6
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2.....	9
ИЗУЧЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ В ЭЛЕМЕНТАХ МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ ФЕРМЫ.....	9
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3.....	13
ИСПЫТАНИЕ СТЕРЖНЯ НА УСТОЙЧИВОСТЬ ПРИ ОСЕВОМ СЖАТИИ	13
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4.....	18
УСТОЙЧИВОСТЬ И ЗАКРИТИЧЕСКАЯ ДЕФОРМАЦИЯ ТОНОКОСТЕННЫХ ЗАКРЕПЛЕННЫХ ПАНЕЛЕЙ	18
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5.....	22
ПРЕДЕЛЬНОЕ СОСТОЯНИЕ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫХ И СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫХ БАЛОК.....	22
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 6.....	28
ОПЫТНАЯ ПРОВЕРКА ТЕОРЕМЫ О ВЗАИМНОСТИ ЕДИНИЧНЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ	28
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 7.....	32
ИССЛЕДОВАНИЕ ДЕФОРМАЦИЙ В СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМОЙ РАМНОЙ КОНСТРУКЦИИ	32
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 8.....	36
РАСЧЕТ БАЛОК И РАМНЫХ КОНСТРУКЦИЙ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ	36
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	40

ВВЕДЕНИЕ

Строительная механика или теория сооружений занимается разработкой принципов и методов расчета сооружений на прочность, устойчивость и жесткость. Расчетом приходится пользоваться не только при проектировании новых сооружений, но и в тех случаях, когда существующее сооружение должно подвергнуться действию новых, не предусмотренных ранее нагрузок.

Лабораторный практикум играет важную роль при изучении курса строительной механики, его целью являются:

- дать студентам необходимые сведения о современных методах расчета элементов конструкций;
- ознакомить студентов с поведением элементов конструкций и сооружений при их деформировании под нагрузкой;
- привить навыки проверки опытным путем результатов теоретического расчета;
- дать представление о существующих испытательных машинах, установках, приспособлениях и измерительных устройствах, используемых при эксплуатации реальных объектов.

Вместе с тем лабораторный практикум дает общее представление о возможных методах диагностики состояния элементов конструкций в процессе их эксплуатации.

В сборнике представлены наиболее применяемые в учебном процессе лабораторные работы в соответствии с программой курса "Строительная механика". Некоторые методы, рассмотренные в сборнике (метод электротензометрирования, метод конечных элементов), могут использоваться для диагностирования реальных конструкций в процессе эксплуатации (здания, элементы строительных конструкций).

При проведении лабораторных работ используются различные испытательные машины, регистрирующие приборы и записывающие устройства, как общего, так и специального назначения. Знакомство с принципами действия и схемами этих машин и приборов является отдельной задачей лабораторного практикума.

Лабораторные работы проводятся параллельно с теоретическим курсом, а некоторые работы студенты выполняют до того, как ими получен лекционный материал. В связи с этим каждая лабораторная работа содержит краткое описание теоретического курса.

В процессе выполнения работы в отчете зарисовываются и записываются все данные измерений и наблюдений, а также результаты подсчетов.

Во время защиты работы студент должен суметь объяснить цель и порядок выполнения опытов, основные результаты, а также устройство машин и приборов.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

Проведение студентами лабораторных работ по строительной механике ставит своей основной целью формирование умений и навыков само-

стоятельной работы при экспериментальном изучении поведения инженерных конструкций под нагрузкой.

При выполнении лабораторных работ студент должен помнить, что кроме возможности закрепления теоретических знаний, он самостоятельно учится оценивать влияние различных факторов на надежность работы элементов конструкций. А также изучает методы прогнозирования эксплуатационных свойств материалов конструкций в целом.

Приступая к выполнению той или иной лабораторной работы, студент должен предварительно ознакомиться с содержанием соответствующих параграфов указаний, в которых изложен порядок проведения опытов, описание конструкции испытательных машин и устройства измерительных приборов. Студент должен четко усвоить цель и задачи работы.

При подготовке к выполнению каждой лабораторной работы студент должен изучить не только сведения, приведенные в сборнике, но и учебный материал, изложенный на аудиторных занятиях и в рекомендуемой литературе.

Все это обеспечит высокий уровень знаний студентов как будущих специалистов, умение проводить исследования и необходимые расчеты, работать с технической литературой.

Все лабораторные работы проводятся в соответствии с действующими "Правилами по охране труда". Перед началом занятий преподаватель проверяет готовность студентов к выполнению лабораторной работы и знание правил техники безопасности.

Предварительные данные и результаты испытаний должны фиксироваться студентом во время занятий в протоколе испытаний, который выдает перед началом работы преподаватель. Обязательно проставляется размерность всех заданных и полученных величин. Вычисления производятся с точностью до 3-х знаков.

Отчет по лабораторной работе оформляется в тетрадных листах или на листах писчей бумаги формата А4. Все схемы, графики, эскизы должны быть аккуратно оформлены в соответствии с требованиями ЕСКД. Содержание отчета приводится в каждой лабораторной работе. На титульном листе отчета необходимо указать: название лабораторной работы; Ф. И. О. студента; № группы; дату проведения работы; Ф. И. О. преподавателя.

Зачет по лабораторным работам проводится в виде защиты выполненных работ. Во время зачета студент должен ответить на контрольные вопросы, приведенные к каждой работе, а также должен знать соответствующие формулы и положения, обязан уметь объяснить устройство машин и приборов, цель и порядок выполнения опытов, и их основные результаты.

Библиографический список рекомендуемой литературы приведен в конце сборника.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

4 часа

ИССЛЕДОВАНИЕ ДЕФОРМАЦИЙ МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ ИЛИ ДЕРЕВЯННОЙ ФЕРМЫ

Цель работы: Определение прогибов и перемещений узлов фермы.

Задачи работы:

- 1) Рассчитать и построить перемещение узлов фермы.
- 2) Рассчитать прогиб нижнего пояса фермы.
- 3) Определить экспериментально величину перемещения узлов и прогиба фермы.

Оборудование и инструменты: Металлическая и деревянная фермы, набор грузов, индикатор перемещений, измерительная линейка.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Фермой называется геометрически неизменяемая система, состоящая из стержней, шарнирно связанных между собой концами.

В реальных фермах стержни соединены между собой не шарнирно, а жестко. Следовательно в реальных фермах стержни испытывают не только деформацию растяжения (сжатия), но и деформацию изгиба. Учитывая, что изгибная жесткость стержней очень мала по сравнению с продольными силами, полагают, что стержни работают как шарнирно закрепленные.

Для определения прогибов или деформаций элементов фермы следует построить линии влияния

Рассмотрим методику определения прогиба фермы в середине пролета (рис. 1.1). Рассмотрим раскос D , обозначим усилие в нем через S_0^i , площадь сечения через ω_i и длину – через l_i . Удлинение стержня составит $\frac{S_0^i l_i}{E\omega_i}$. Все прочие стержни будем считать абсолютно жесткими.

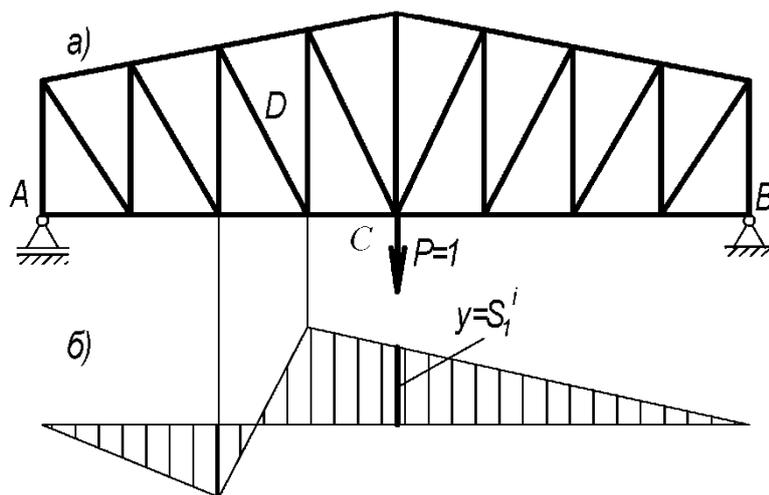


Рис. 1.1. Схема определения прогиба в середине фермы

Линия прогибов, вызванная единичным удлинением стержня i , показана на рис. 1.1, б. Как известно из кинематического способа построения линии влияния, линия прогиба, вызванная удлинением стержня i , равным единице, совпадает с линией влияния усилия в этом стержне. Обозначим ординату этой линии влияния под точкой C через S_1^i . Она равна усилию, которое возникает в стержне i от груза $P = 1$, приложенного в точке C . Следовательно в узле C , вызванный не единичным, а равным $\frac{S_0^i L_i}{E\omega_i}$ удлинением стержня i , выражается произведением

$$y_i = \frac{S_1^i \cdot S_0^i \cdot L_i}{E\omega_i}. \quad (1.1)$$

Если принимать во внимание деформацию не одного стержня ферма, а всех его стержней, то прогиб в узле C выразится суммой всех членов

$$y_c = \sum \frac{S_1^i \cdot S_0^i \cdot L_i}{E\omega_i}. \quad (1.2)$$

ПОРЯДОК И ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Расчетные схемы металлической и деревянной схемы показаны на рис. 1.2. По указанию преподавателя выбрать схему фермы, узел, в котором приложена внешняя нагрузка и точку нижнего пояса фермы, в которой следует определить прогиб.

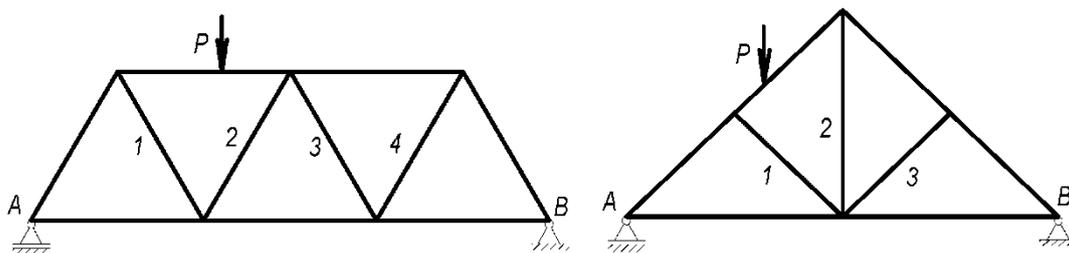


Рис. 1.2. Расчетные схемы металлической и деревянной ферм

2. В таблицу 1.1 занести результаты измерений размеров фермы.
3. Рассчитать теоретически величину прогиба в заданной точке нижнего пояса фермы. Для этого построить линии прогибов для каждого из стержней, вызванных единичной нагрузкой.
4. Рассчитать прогиб искомой точки фермы, вызванной удлинением каждого i – стержня по формуле (1.1). Результаты расчетов занести в табл. 1.2.
5. По формуле (1.2) рассчитать прогиб в искомой точке.
6. Определить экспериментально прогиб в искомой точке фермы. Для этого установить стрелку индикатора на нуль. Загрузить ферму заданной нагрузкой P и снять показания с индикатора.

7. Рассчитать расхождение между теоретическими расчетами и экспериментальным значением по формуле $\Delta y = \frac{y^1 - y^2}{y^2} \cdot 100, \%$.

8. Сделать выводы.

Таблица 1.1

Геометрические параметры фермы

P, Н	Длина стержня			
	$l_1, \text{ м}$	$l_2, \text{ м}$	$l_3, \text{ м}$	$l_4, \text{ м}$

Таблица 1.2

Результаты теоретического расчета прогиба

№ стержня	1	2	3	4	Теоретический прогиб (y^1), мм	Экспериментальный прогиб (y^2), мм
Прогиб исходной точки						

Требование к отчету

Отчет должен содержать:

1. Цель работы.
2. Используемое оборудование.
3. Расчетную схему фермы.
4. Расчетные формулы (1.1 – 1.2).
5. Результаты расчетов и измерений – табл. (1.1 – 1.2).
6. Схемы построения линий влияния.
7. Выводы.

Контрольные вопросы

1. Что называется абсолютными и относительными деформациями? Чем определяется их знак?
2. Какой характер деформации бруса предполагается гипотезой плоских сечений?
3. Как связано относительное удлинение (укорочение) бруса с перемещением поперечного сечения бруса и с абсолютным удлинением его конечного участка?
4. Что необходимо сделать (и это будет достаточным) для определения продольных сил в сечениях статическим определяемой конструкции?
5. Каким прибором экспериментально определяются деформации? Указать цену деления прибора, используемого в лабораторной работе.
6. дать характеристику элементам фермы. Какие деформации испытывают элементы фермы при ее работе?
7. Как определяются реакции связей в ферме?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2

4 часа

ИЗУЧЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ В ЭЛЕМЕНТАХ МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ ФЕРМЫ

Цель работы: Изучить деформацию фермы, определить напряжения в элементах фермы.

Задачи работы:

- 1) Рассчитать величину внутренних силовых факторов в стержнях, в верхнем и нижнем поясах фермы.
- 2) Рассчитать напряжения в элементах фермы
- 3) Определить экспериментально напряжения в элементах фермы и сравнить их с напряжениями, рассчитанными теоретически.

Оборудование и инструменты: Металлическая ферма с наклеенными на ее стержнях тензорезисторами, омметр, набор грузов, измерительная линейка.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Фермой называется геометрически неизменяемая система, состоящая из стержней, шарнирно связанных между собой концами.

В реальных фермах стержни соединены между собой не шарнирно, а жестко. Следовательно в реальных фермах стержни испытывают не только деформацию растяжения (сжатия), но и деформацию изгиба. Учитывая, что изгибная жесткость стержней очень мала по сравнению с продольными силами, полагают, что стержни работают как шарнирно закрепленные.

Для определения величины внутренних силовых факторов (продольных сил) в элементах фермы используется метод вырезания узлов. Для каждого узла составляются по два уравнения равновесия: $\Sigma x = 0$; $\Sigma y = 0$. Последовательность вырезания узлов должна быть такой, чтобы в узле имелось не более двух неизвестных сил. Предполагается, что все стержни фермы растянуты от узла. При решении уравнений, составленных для рассматриваемого узла, вычисленные ранее значения продольных сил (N) подставляются со своими знаками.

Произведем расчет продольных усилий в ферме (рис. 2.1).

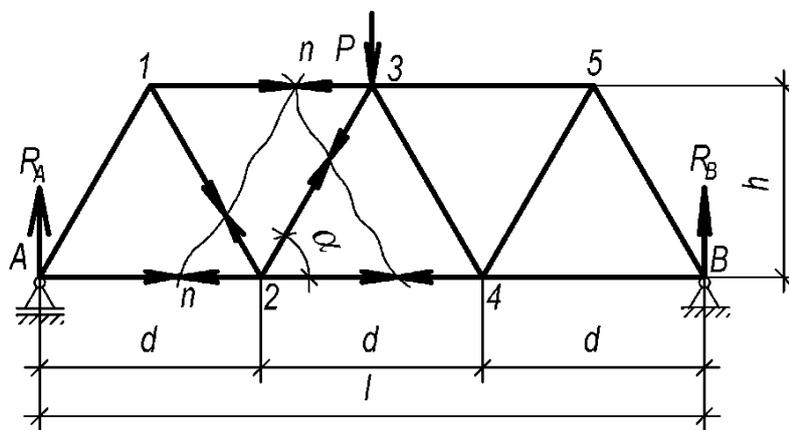


Рис. 2.1. Расчетная схема металлической фермы

Опорные реакции в случае симметричной нагрузки $R_A = R_B = \frac{P}{2}$.

Продольные усилия в стержнях 1–3, 1–2 и А–2.

Проводим сечение $n-n$.

Для стержня 1–2 моментной точкой является узел 2.

$$\sum M_2 = 0; R_A \cdot d + N_{1-3} \cdot h = 0.$$

Из уравнения следует, что

$$N_{1-3} = \frac{R_A \cdot d}{h} = \frac{Pd}{2h}. \quad (2.1)$$

Для стержня А–2 моментной точкой является узел 1.

$$\sum M_1 = 0; R_A \cdot \frac{d}{2} + N_{A-2} \cdot h = 0. N_{A-2} = \frac{R_A \cdot d}{2h} = \frac{Pd}{4h}. \quad (2.2)$$

Величину продольной силы N_{1-2} определим из уравнения равновесия вертикальных сил

$$\sum y = 0; R_A - N_{1-2} \sin \alpha = 0. N_{1-2} = \frac{R_A}{\sin \alpha} = \frac{P}{2 \sin \alpha}. \quad (2.3)$$

Для определения величины продольной силы в стержне А–1 вырежем узел А (рис. 2.2).

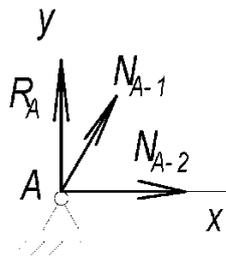


Рис. 2.2. Схема вырезания узла А

Из уравнения равновесия $\sum y = 0$ следует, что $R_A + N_{A-1} \sin \alpha = 0$. Тогда

$$N_{A-1} = -\frac{R_A}{\sin \alpha} = -\frac{P}{2 \sin \alpha}. \quad (2.4)$$

Для определения величины продольных сил в стержнях 2–3 и 2–4 проводим сечение n_1-n_1 .

Для стержня 2–4 моментной точкой является узел 3. Составляем уравнение моментов относительно этого узла и определяем величину продольной силы в стержне 2–4.

$$\sum M_3 = 0. R_A \cdot 1,5d - N_{2-4} \cdot h = 0. N_{2-4} = \frac{1,5R_A d}{h} = \frac{1,5Pd}{2h}. \quad (2.5)$$

Для определения продольной силы в стержне 2–3 используем метод проекций на ось Oy.

$$\sum y = 0. R_A + N_{2-3} \sin \alpha = 0. N_{2-3} = -\frac{R_A}{\sin \alpha} = -\frac{P}{2 \sin \alpha}. \quad (2.6)$$

Т. к. ферма симметрична, то усилия в стержнях правой части фермы равны усилиям в левой части.

Напряжения в элементах фермы, испытывающих деформации растяжения (сжатия), определяются по формуле

$$\sigma = \frac{N_i}{F}, \quad (2.7)$$

где N_i – продольное усилие в стержне, F' – площадь поперечного сечения стержня фермы.

Для определения напряжений в элементах конструкций на практике используется метод электротензометрирования. На поверхность деформируемого тела наклеиваются тензорезисторы, которые представляют собой тонкую проволоку, уложенную несколькими параллельными витками. При деформации балки проволока изменяет свою длину и, следовательно, сопротивление, которое измеряется омметром. Величину относительной деформации рассчитывают по формуле:

$$\epsilon = \frac{R_2 - R_1}{K \cdot R_0}, \quad (2.8)$$

где R_0 – собственное сопротивление тензорезистора (100 Ом), R_1 – сопротивление до приложения нагрузки, R_2 – сопротивление тензорезистора после приложения нагрузки, K – коэффициент чувствительности тензорезистора ($K = 2,1$).

Тогда величина нормальных напряжений может быть вычислена с использованием закона Гука

$$\sigma = E \cdot \epsilon, \quad (2.9)$$

где E – модуль упругости материала. Для стали $E = 2 \cdot 10^5$ МПа.

ПОРЯДОК И ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Измерить геометрические параметры фермы. Определить номер уголка, из которого выполнена ферма, и из сортамента выписать площадь его поперечного сечения. Спросить у преподавателя величину внешней силы P .
2. Определить величину реакций в опорах фермы.
3. Результаты измерений и расчетов занести в табл. 2.1.
4. По формулам (2.1 – 2.6) рассчитать величину продольных усилий в стержнях фермы. Результаты расчетов занести в табл. 2.2.
5. Произвести теоретический расчет напряжений в стержнях фермы по формуле (2.7). Результаты расчетов занести в табл. 2.3.

Таблица 2.1

Геометрические параметры фермы

d , м	h , м	α , град	P , Н	R_A , Н	R_B , Н	№ уголка	F , м ²

Таблица 2.2

Продольные усилия в стержнях фермы

$N_{1\ 3}$, Н	$N_{1\ 2}$, Н	$N_{A\ 2}$, Н	$N_{A\ 1}$, Н	$N_{2\ 3}$, Н	$N_{2\ 4}$, Н

Таблица 2.3

Теоретический расчет напряжений в стержнях фермы

σ_{1-3} , МПа	σ_{1-2} , МПа	σ_{A-2} , МПа	σ_{A-1} , МПа	σ_{2-3} , МПа	σ_{2-4} , МПа

6. Произвести экспериментальное определение напряжений в стержнях фермы. Для этого снять показания тензорезисторов (R_1) до приложения нагрузки.

7. Приложить к ферме внешнюю нагрузку P и снять показания тензорезисторов (R_2). По формулам (2.8, 2.9) рассчитать величину нормальных напряжений в стержнях фермы. Результаты расчетов занести в табл. 2.4.

Таблица 2.4

Результаты экспериментального определения напряжений в стержнях фермы

№ стержня	Показания тензорезисторов, Ом		ε	σ , МПа
	R_1	R_2		
1-3				
1-2				
A-2				
A-1				
2-3				
2-4				

8. Сравнить теоретические и экспериментальные значения напряжений.

9. Сделать выводы.

Требование к отчету

Отчет должен содержать:

8. Цель работы.
9. Используемое оборудование.
10. Расчетную схему фермы.
11. Расчетные формулы (2.1 – 2.9).
12. Результаты расчетов и измерений – табл. (2.1 – 2.4).
13. Выводы.

Контрольные вопросы

1. Как распределяются нормальные напряжения по поперечному сечению бруса при центральном растяжении – сжатии? Как их вычислить?
2. Приведите две формы записи закона Гука.
3. Как записать условие прочности конструкции при растяжении – сжатии?
4. Что называется допустимым напряжением? Как оно определяется для пластичных и хрупких материалов?
5. В чем заключается метод электротензометрирования?
6. В каком напряженном состоянии находятся элементы фермы?
7. Дать классификацию напряженных состояний.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3

4 часа

ИСПЫТАНИЕ СТЕРЖНЯ НА УСТОЙЧИВОСТЬ ПРИ ОСЕВОМ СЖАТИИ

Цель работы: Опытное определение критической силы и критического напряжения продольно сжатого стержня.

Задачи работы:

- 4) Рассчитать величину критической силы для продольно-сжатого стержня.
- 5) Рассчитать величину критического напряжения.
- 6) Определить экспериментально величину критической силы и критического напряжения.

Оборудование и инструменты: Длинный стержень с жесткой заделкой, штангенциркуль, линейка, набор гирь.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Испытание на устойчивость дает возможность определить несущую способность тонкостенных элементов (стоек, профилей, труб) при сжатии их продольной силой.

Если прямолинейный стержень сжимать центрально приложенной силой P , то с возрастанием этой силы стержень вначале упруго укорачивается, сохраняя свою прямолинейную форму, а затем наступает явление потери устойчивости – стержень изгибается.

Критической силой P_k называется наименьшая по величине сжимающая сила, при которой прямолинейная форма стержня перестает быть устойчивой.

До приложения нагрузки стержень имел прямолинейную форму устойчивого равновесия. Под действием некоторой небольшой осевой силы P стержень испытывает сжатие, устойчивость прямолинейной формы сохраняется.

При достижении силы критического значения произойдет нарушение устойчивости, ось стержня искривится. Теперь устойчивой будет криволинейная форма равновесия.

Вывод формулы Эйлера рассматривается на лекционных занятиях, для проведения лабораторной работы воспользуемся уже готовой формулой:

$$P_k = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot J_{min}}{(\mu \cdot l)^2}, \quad (3.1)$$

где E – модуль упругости, J_{min} – минимальный осевой момент инерции, l – длина стержня, μ – коэффициент длины, который зависит от способа закрепления концов стержня (см. рис. 3.1).

Критическое напряжение, возникающее в момент потери устойчивости

$$\sigma_k = \frac{P_k}{F} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot J_{min}}{F(\mu \cdot l)^2}, \quad (3.2)$$

где F – площадь поперечного сечения стержня.

Введем понятие гибкости стержня. Формула для вычисления гибкости

$$\lambda = \frac{\mu \cdot l}{i_{min}}, \quad (3.3)$$

где i_{min} – минимальный радиус инерции сечения, рассчитываемый по формуле

$$i_{min} = \sqrt{\frac{J_{min}}{F}}. \quad (3.4)$$

Тогда критическое напряжение можно рассчитать по формуле

$$\sigma_k = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}. \quad (3.5)$$

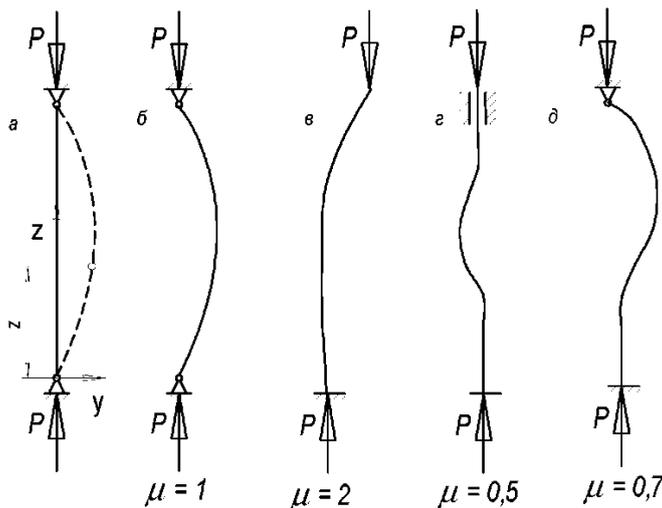


Рис. 3.1. Зависимость коэффициента приведения длины от способа крепления концов стержня

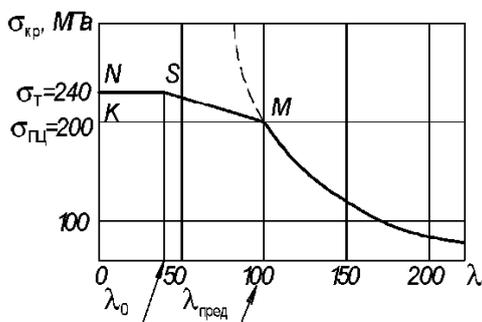


Рис. 3.2. Зависимость напряжения от гибкости стержня

Определим предельную гибкость ($\lambda_{пред}$), ниже которой формулой (3.5) пользоваться нельзя

$$\lambda_{пред} \geq \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{Пц}}}. \quad (3.6)$$

Для углеродистой стали марки Ст3, модуль упругости которой $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, $\sigma_{Пц} \approx 200$ МПа предельная гибкость составит $\lambda_{пред} \approx 100$. В этом случае

Если построить график зависимости $\sigma_k = f(\lambda)$ (рис. 3.2), то можно убедиться, что для данного материала формула (3.5) справедлива, начиная с определенного значения гибкости, которое может быть найдено из условия

$$\sigma_k = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \leq \sigma_{Пц}.$$

формулой (3.5) можно пользоваться на участке гиперболы (рис. 3.2), если гибкость стержня больше 100 единиц.

Если гибкость стержня находится в пределах $40 < \lambda < 100$ (участок SM на рис. 3.2), то значение критического напряжения определяется по эмпирической формуле Ясинского

$$\sigma_k = a - b\lambda, \quad (3.7)$$

где $a = 310$ МПа, $b = 1,14$ МПа – коэффициенты для материала сталь Ст3.

В этом случае потеря устойчивости происходит при пластическом деформировании стержня.

При $0 < \lambda < 40$ (жесткие стержни) часть графика NS (рис. 3.2) рассматривается как горизонтальная линия.

В момент потери устойчивости, когда стержень принимает форму дуги, в его поперечном сечении начинает действовать изгибающий момент

$$M_{II} = P_k \cdot y_{max}, \quad (3.8)$$

где y_{max} – максимальный прогиб стержня.

Тогда величина максимальных напряжений в сечении стержня определится по формуле

$$\sigma_{max} = \frac{P_k}{F} + \frac{M_{II}}{W_{min}}, \quad (3.9)$$

где W_{min} – момент сопротивления сечения изгибу.

ПОРЯДОК И ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Работа проводится на установке, схема которой приведена на рис. 3.3, а.

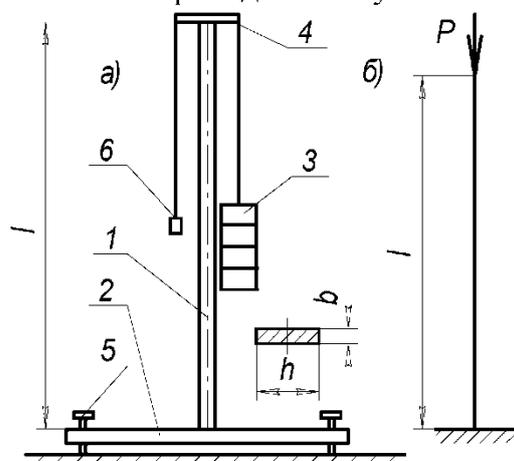


Рис. 3.3. Схема работы

Стержень (1) длиной l , прямоугольного сечения со сторонами b и h жестко закреплен на станине (2). Продольно сжимающая сила P создается набором гирь (3) через коромысло (4). Установочные винты (5) служат для установки стержня в вертикальное положение, которое проверяется по отвесу (6). Материал стержня – сталь Ст3.

Расчетная схема стержня показана на рис. 3.3, б.

1. Произвести необходимые замеры балки. Рассчитать площадь поперечного сечения, минимальный момент инерции по формуле $J_{min} = \frac{h \cdot b^3}{12}$, минимальный момент сопротивления изгибу $W_{min} = \frac{h \cdot b^2}{6}$ и минимальный радиус инерции по формуле (3.4). Данные занести в таблицу 3.1.

2. По формуле (3.3) рассчитать гибкость стержня и сравнить с предельной величиной гибкости. Если $\lambda > 100$, то теоретически величину критической силы (P_k^t) следует рассчитать по формуле Эйлера (3.1).

Таблица 3.1

Таблица теоретических расчетов критической силы

l , м	b , м	h , м	J_{min} , м ⁴	W_{min} , м ³	P^t , м ²	i_{min} , м	μ	λ	P_k^t , Н

3. Определить величину критической силы экспериментально (P_k^e). Для этого стержень с помощью регулировочных винтов и отвеса устанавливается в вертикальное положение. К коромыслу подвешивается гиря и проверяется устойчивость стержня. Для этого слегка отклонить верхний конец стержня от вертикального положения и отпустить его. Если стержень после нескольких колебаний вернется в первоначальное положение, значит, прямолинейная форма стержня является устойчивой, и критическое значение нагрузки еще не достигнуто.

Увеличивая нагрузку путем добавления гирь, снова проверяют устойчивость. Эту операцию повторяют до тех пор, пока стержень не потеряет способность возвращаться в исходное положение после отклонения от вертикали. Нагрузка, при которой обнаруживается такое явление, представляет собой критическую силу, полученную экспериментально P_k^e . При проведении опыта величина критической силы равна сумме веса положенных на поддон гирь Q и веса подвесной системы Q_0 (16 Н). $P_k^e = Q + Q_0$, Н.

4. Вычислить расхождение между аналитической и экспериментальной величиной критической силы $\Delta P_k = \frac{P_k^t - P_k^e}{P_k^t} \cdot 100$, %.

5. Произвести расчет максимального напряжения теоретически и экспериментально. С помощью линейки измерить на какую величину отклонился отвес от вертикального положения – это будет величиной максимального прогиба (y_{max}). По формуле (3.8) определить величину изгибающего момента. По формуле (3.9) рассчитать величину теоретического максимального напряжения (σ_k^t). $\sigma_k^t =$ _____ МПа.

Для определения экспериментального значения напряжения (σ_k^e) следует снять показания тензорезисторов (R_2) при нагружении стержня критической силой. Затем снять гири с поддона и снять показания тензорезисторов (R_1). Определить относительную деформацию и рассчитать напряжения. Данные занести в таблицу 3.2.

Таблица 3.2

Экспериментальное определение критического напряжения

№	Показания тензорезисторов, Ом			$\varepsilon_i = \frac{R_{1i} - R_{2i}}{K \cdot R_0}$	$\sigma_i = E \cdot \varepsilon_i$, МПа	Среднее значение $\sigma_k^3 = \frac{\sum \sigma_i}{3}$, МПа
	R_0	R_{1i}	R_{2i}			
1	100					
2						
3						

K – коэффициент чувствительности тензорезистора ($K = 2,1$), E – модуль упругости материала стержня ($E = 2 \cdot 10^5$ МПа).

6. Рассчитать расхождение между теоретическим и экспериментальным значениями напряжений $\Delta\sigma_k = \frac{\sigma_k^1 - \sigma_k^3}{\sigma_k^1} \cdot 100$, %.

7. Построить график зависимости $\sigma_k = f(\lambda)$ (см. рис. 3.3) для стержня с рассмотренными размерами поперечного сечения, но различной длиной. Определить, какую длину должен иметь стержень при $\lambda = 100$ и $\lambda = 40$. Расчеты занести в таблицу 3.2 и построить график.

Таблица 3.3

Зависимость критического напряжения от гибкости стержня

l , м	1,0	0,8			$l_{\lambda 100}$			$l_{\lambda 40}$	
λ									
σ , МПа									

6. Сделать выводы по работе, ответить на контрольные вопросы.

Требование к отчету

В отчете должны быть представлены:

1. Цель работы.
2. Оборудование и инструменты.
3. Расчетные формулы (3.1 – 3.9).
4. Расчетная схема стержня (рис. 3.3, б).
5. Таблица теоретических расчетов величины критической силы (табл. 3.1).
6. Экспериментальный расчет критической силы.
7. Расхождение между теоретическим и экспериментальным значениями критической силы.
8. Таблица экспериментального определения напряжения в стержне (табл. 3.2).
9. Таблица расчетов (табл. 3.3).
10. График зависимости напряжений от гибкости по табл. 3.3.
11. Выводы.

Контрольные вопросы.

1. Что понимается под выражением "устойчивость продольно сжатого стержня"?

2. Что такое критическая сила?
3. Что такое гибкость стержня? Как она определяется?
4. Условие применимости формулы Эйлера. Чем вызвано это ограничение?
5. Коэффициент μ : как называется, от чего зависит, чему равен?
6. Что называется критическим напряжением и как его вычислить?
7. Как вычисляется критическое напряжение для стержней малой гибкости?
8. Как производится сравнение теоретических и экспериментальных значений критического напряжения?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4

4 часа

УСТОЙЧИВОСТЬ И ЗАКРИТИЧЕСКАЯ ДЕФОРМАЦИЯ ТОНКОСТЕННЫХ ЗАКРЕПЛЕННЫХ ПАНЕЛЕЙ

Цель работы: Определить редуцированные коэффициенты теоретическим и экспериментальными методами.

Задачи работы:

1. Определить величину критической силы для панели и стрингеров
2. Изучить закон распределения напряжений по ширине панели.
3. Определить значения редуцированных коэффициентов и сравнить их с теоретическими.

Обеспечивающие средства: металлическая конструкция, испытательная машина ИМ-10, омметр, тензорезисторы, штангенциркуль, измерительная линейка.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Подкрепленные панели (рис. 4.1) часто встречаются в строительных конструкциях, для увеличения жесткости тонких панелей к ним приваривают ребра жесткости (стрингеры).

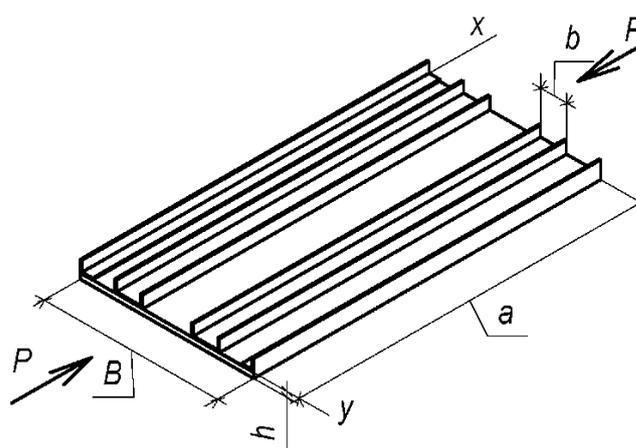


Рис. 4.1. Схема подкрепленной панели

Будем сжимать конструкцию продольной силой P . На первом этапе нагружения продольная сила будет равномерно распределяться по всему сечению панели, так как в пластинке и в подкрепляющих ее ребрах жесткости имеют место одни и те же сжимающие напряжения σ .

При некотором значении силы P напряжения на каждом участке пластинки шириной b достигают критического значения.

В этот момент пластинка теряет устойчивость и начинает прогибаться.

Будем считать, что пластина шарнирно скреплена со стрингерами и с концевыми планками. Тогда критическое напряжение можно определить по формуле E

$$\sigma_{кр} = 0,9K_{\sigma} \frac{E}{(b/h)^2}, \quad (4.1)$$

где $K_{\sigma} = 4$ при отношении длины к расстоянию между стрингерами a/b от 1 до 2 и $K_{\sigma} > 4$ при иных отношениях сторон, h – толщина пластинки, $K_{\sigma} = (a/mb + mb/a)^2$, m – число полуволн, образующихся при выпучивании пластинки.

Пластинка, будучи связана по продольным краям с достаточно жесткими стрингерами, продолжает и после потери устойчивости нести возрастающую нагрузку. Но при подобной закритической деформации пластинки напряжения распределяются по ее ширине уже неравномерно. Будем полагать, что пластинка и стрингеры изготовлены из одного и того же материала.

Примерная эпюра распределения напряжений по ширине каждого из участков панели показаны на рис. 4.2.

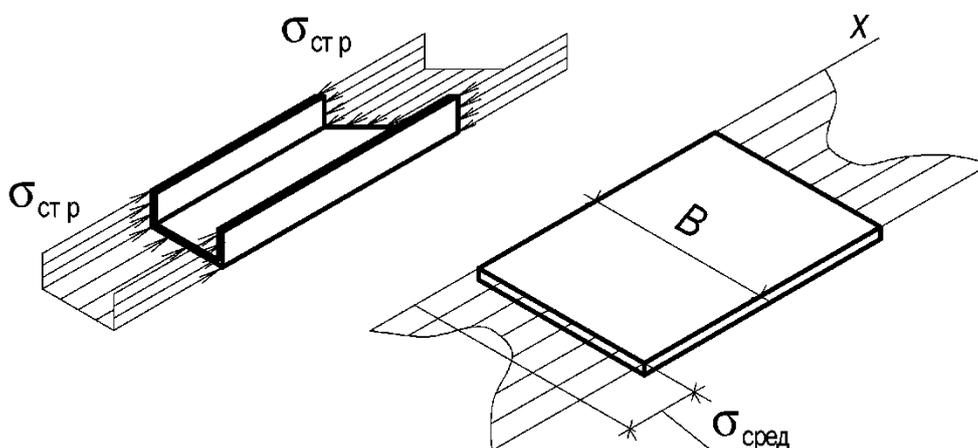


Рис. 4.2. Распределение сжимающих напряжений по ширине панели

Прилегающие к стрингеру полосы пластинки несут напряжения, равные напряжениям в сечении стрингера $\sigma_{стр}$. Между тем в средней части пластинки напряжения мало отличаются от критических. Среднее напряжение в пластинке, показанное на рис. 4.2 можно рассчитать по формуле

$$\sigma_{ср} = \frac{l}{b} \int_0^b \sigma_x dy, \quad (4.2)$$

где σ_x – текущее напряжение в точке с координатой y .

Если обозначить через N сжимающую силу на каждом из участков пластинки, то

$$N = bh\sigma_{ср}. \quad (4.3)$$

С другой стороны, можно выразить силу N через напряжения в стрингере, введя понятие редуцированного коэффициента φ :

$$N = bh\sigma_{стр}\varphi. \quad (4.4)$$

Сравнивая выражения (4.3) и (4.4), находим, что

$$\varphi = \frac{\sigma_{кр}}{\sigma_{стр}}. \quad (4.5)$$

Известны различные приближенные формулы, позволяющие определить редуцированный коэффициент через критическое напряжение пластинки $\sigma_{кр}$ и напряжения в стрингере $\sigma_{стр}$. Одна из таких формул

$$\varphi = \sqrt{\frac{\sigma_{кр}}{\sigma_{стр}}}. \quad (4.6)$$

Если положить в выражении для критического напряжения (4.1) коэффициент $K_{\sigma} = 4$, то получим

$$\varphi = 1,9 \frac{h}{b} \sqrt{\frac{E}{\sigma_{стр}}}. \quad (4.7)$$

Для изучаемой в лабораторной работе панели нагрузка, воспринимаемая стрингерами, определяется формулой

$$P_{стр} = n\Gamma_{стр}y_{стр}, \quad (4.8)$$

где n – число стрингеров, подкрепляющих панель, $\Gamma_{стр}$ – площадь сечения стрингера.

Нагрузка, воспринимаемая пластиной после потери устойчивости

$$P_{пласт} = Bh y_{стр} \zeta \quad (4.9)$$

Общая нагрузка, которую несет подкрепленная панель при закритической деформации, составляет

$$P = (n\Gamma_{стр} + Bh\zeta)y_{стр}. \quad (4.10)$$

Отсюда при известном значении P можно определить напряжения в стрингере по формуле

$$y_{стр} = \frac{P}{n\Gamma_{стр} + Bh\zeta}. \quad (4.11)$$

Для определения напряжений в элементах конструкций на практике используется метод электротензометрирования. На поверхность деформируемого тела наклеиваются тензорезисторы, которые представляют собой тонкую проволоку, уложенную несколькими параллельными витками. При деформации балки проволока изменяет свою длину и, следовательно, сопротивление, которое измеряется омметром. Величину относительной деформации рассчитывают по формуле:

$$e = \frac{R_2 - R_1}{K \cdot R_0}, \quad (4.12)$$

где R_0 – собственное сопротивление тензорезистора (100 Ом), R_1 – сопротивление до приложения нагрузки, R_2 – сопротивление тензорезистора после приложения нагрузки, K – коэффициент чувствительности тензорезистора ($K = 2,1$).

Тогда величина нормальных напряжений может быть вычислена с использованием закона Гука

$$\sigma = E \cdot \varepsilon, \quad (4.13)$$

где E – модуль упругости материала. Для стали $E = 2 \cdot 10^5$ МПа.

ПОРЯДОК И ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Произвести измерения размеров пластины и стрингеров, результаты измерений занести в табл. 4.1.

Таблица 4.1

Геометрические характеристики панели

n , штук	$F_{\text{ср.}}$, м ²	B , м	h , м	b , м	a , м

2. Закрепить панель между захватами испытательной машины. Измерить сопротивления тензорезисторов, наклеенных на поверхности пластины и стрингерах до приложения нагрузки (R_1).

3. Подвергнуть панель действию последовательно возрастающей сжимающей нагрузки с шагом 200 Н. Каждый раз следует снимать показания тензорезисторов (R_2). Результаты измерений занести в табл. 4.2.

4. Произвести расчет напряжений по формулам (4.12 – 4.13). Результаты расчетов занести в табл. 4.2.

Таблица 4.2

Результаты определения напряжений в панели

№ тензорезистора	Показания тензорезистора до приложения нагрузки, R_1 , Ом		Показания тензорезистора после приложения нагрузки, R_2 , Ом		Относительная деформация, ε	Нормальные напряжения, σ , МПа
	1	2	1	2		
панель	1					
	2					
	3					
	4					
стрингер	1					
	2					
	3					
	4					

5. По формула 4.5 – 4.11 произвести расчет значений редуционных коэффициентов теоретически и экспериментально.

6. Сравнить результаты расчетов.

7. Построить эпюру распределения нормальных напряжений по ширине панели.

Требование к отчету

Отчет к лабораторной работе должен содержать:

1. Цель работы.
2. Оборудование и инструменты.
3. Расчетные схемы панели по примеру (рис. 4.1 и 4.2).
4. Расчетные формулы (4.1–4.13).
5. Эпюры распределения нормальных напряжений в сечении панели.
6. Результаты измерений (табл. 4.1 и 4.2).
7. Результаты расчета редуцированных коэффициентов.
8. Выводы.

Контрольные вопросы

1. Опишите конструкцию испытываемой модели.
2. Какие допущения приняты при выводе формулы для критического напряжения?
3. Какая нагрузка называется закритической?
4. Укажите характер распределения напряжений по ширине каждого из участков панели.
5. Что представляет собой редуцированный коэффициент?
6. Приведите выражение для определения редуцированного коэффициента.
7. Как теоретически определяют напряжения в стрингере?
8. Каким образом экспериментально определяют напряжения в стрингере?
9. Оцените значения редуцированных коэффициентов, найденные теоретическим и экспериментальным методами.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5

4 часа

ПРЕДЕЛЬНОЕ СОСТОЯНИЕ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫХ И СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫХ БАЛОК

Цель работы: Изучить упругопластические свойства тела.

Задачи работы:

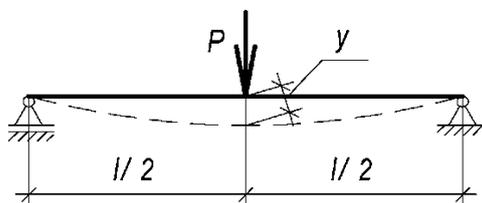
8. Изучить деформации балок при напряжениях выше предела пропорциональности.
9. Определить нагрузку статически неопределимой балки в предельном состоянии.
10. Построить диаграмму прогиба статически определимой балки и определить предельную нагрузку.

Обеспечивающие средства: балки из малоуглеродистой стали на двух и трех шарнирных опорах, омметр, индикатор перемещений часового типа, штангенциркуль, набор грузов.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Прогибы балок, испытывающей упругие деформации, увеличиваются пропорционально нагрузке.

Для балки на двух опорах, нагруженной силой P посередине пролета (рис. 5.1), прогиб под силой рассчитывается по формуле



$$y = \frac{Pl^3}{48 EJ}, \quad (5.1)$$

где $J = bh^3/12$ – осевой момент инерции сечения прямоугольного сечения шириной b и высотой h .

Рис. 5.1. Схема балки

Соответствующие прогибу максимальные нормальные напряжения в этом сечении определяются соотношением

$$\sigma_{max} = \frac{M_{Иmax}}{W_x} = \frac{Pl}{4} \cdot \frac{6}{bh^2} = \frac{2}{3} \frac{Pl}{bh^2}, \quad (5.2)$$

где $W_x = bh^2/6$ – момент сопротивления сечения балки изгибу, $M_{Иmax} = Pl/4$ – максимальный изгибающий момент.

Эпюра распределения нормальных напряжений по высоте сечения балки показана на рис. 5.2, а.

Пластичные материалы имеют на диаграмме растяжения длинную площадку текучести. Поэтому для таких материалов с большой точностью можно заменить истинную диаграмму условной, состоящей из двух участков (рис. 5.2, б): участка $0A$ упругой деформации и участка AB текучести при постоянном напряжении σ_T . Используя эту упрощенную диаграмму, получаем, что с увеличением нагрузки максимальные напряжения σ_{max} будут расти, пока не достигнут предела текучести материала балки σ_T . Этот случай показан на эпюре нормальных напряжений штриховой линией (рис. 5.3, а).

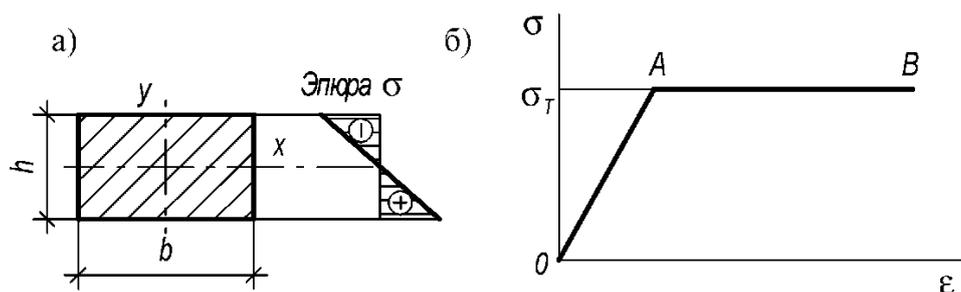


Рис. 5.2. Деформации балки за пределом текучести: а – напряжения при изгибе в пределах упругих деформаций; б – схематизированная диаграмма с участком текучести

Изгибающий момент, вызывающий появление остаточных деформаций в крайних слоях балки, определяется по формуле

$$M_{и} = \frac{\sigma_T b h^2}{6},$$

а соответствующая сила – по формуле

$$P_T = \frac{2 \sigma_T b h^2}{3 l}. \quad (5.3)$$

Дальнейшее увеличение силы вызывает распространение текучести на внутренние слои балки, и эпюра нормальных напряжений принимает вид, изображенный на рис. 5.3, б. Напряжения не могут превышать σ_T . Штриховая линия показывает, какой бы была эпюра для идеально упругого материала ($\sigma_{усл}$). Пластические деформации распространяются на глубину c , вычисляемую по одной из формул

$$c = \frac{1}{2} \left(h - \sqrt{3 \left(h^2 - \frac{Pl}{\sigma_T b} \right)} \right), \quad c = \frac{1}{2} \left(h - \sqrt{3 \left(h^2 - \frac{4M_{и}}{\sigma_T b} \right)} \right). \quad (5.4)$$

Предельные значения нагрузки и изгибающего момента соответствуют наступлению текучести для всех слоев в данном сечении балки (рис. 5.3, в).

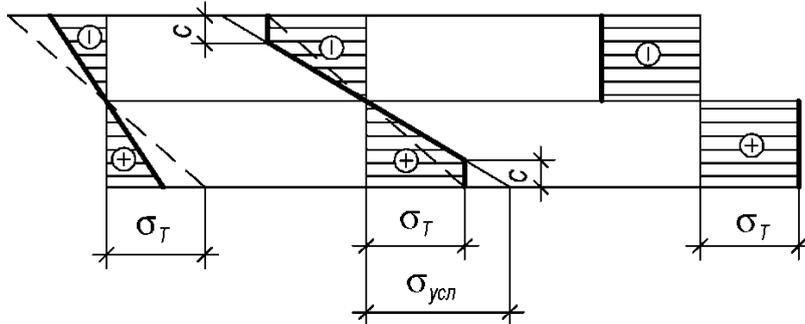


Рис. 5.3. Изменение эпюры напряжений с учетом текучести: а – упругая деформация; б – упругопластическая деформация; в – пластическая деформация

$$P_{пр} = \frac{\sigma_T b h^2}{l}, \quad M_{ипр} = \frac{\sigma_T b h^2}{4}. \quad (5.5)$$

Дальнейшее увеличение нагрузки невозможно, так как в сечении под силой возникает пластический шарнир. Прогибы балки будут далее возрастать при постоянной нагрузке $P = P_{пр}$. Сравнивая значения P_T и $P_{пр}$ из выражений (5.3) и (5.5) видим, что допущение остаточных деформаций при расчете балки позволяет увеличить нагрузку на 50%.

Такой расчет называется расчетом по предельному состоянию. Он позволяет точнее учесть потенциальные возможности конструкции и снизить коэффициент запаса прочности, что позволяет уменьшить материалоемкость.

В случае статически неопределимой балки появление пластического шарнира в наиболее нагруженном сечении не означает наступления предельного состояния. Балка становится статически неопределимой. Ее можно продолжать нагружать далее до тех пор, пока не появится второй пластический шарнир и

балка не станет механизмом с одной степенью свободы. При расчете многопролетной балки по предельному состоянию не надо решать статически неопределимую задачу, так как изгибающие моменты в пластических шарнирах известны. Они вычисляются по второй из формул (5.5).

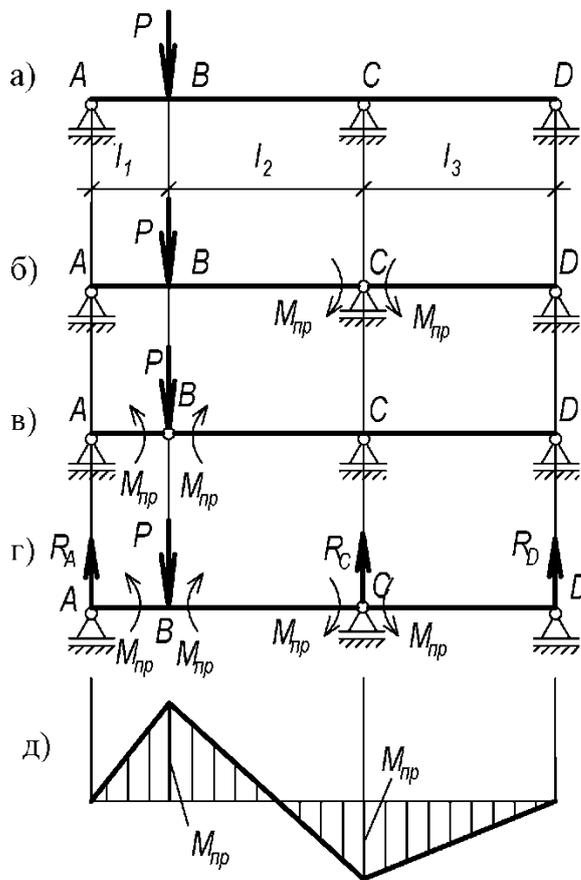


Рис. 5.4. Несущая способность трехпролетной балки

Для примера рассмотрим трехпролетную балку (рис. 5.4), нагруженную силой P в одном из пролетов. В зависимости от соотношения размеров l_1 , l_2 , l_3 первый пластический шарнир возникает либо в точке B под силой P (рис. 5.4, в), либо на опоре C (рис. 5.4, б). В обоих случаях в пластическом шарнире будет действовать постоянный момент $M_{\text{пр}}$, вычисляемый по формуле (5.5). Направление моментов соответствует направлению силы P . Изменение направления силы вызовет и изменение направления моментов.

Дальнейшее увеличение нагрузки приведет к появлению второго шарнира, и таким образом, независимо от порядка возникновения шарниров, балка в обоих сечениях, B и C , полностью будет пластически деформирована (рис. 5.4, г).

Эпюра изгибающих моментов в предельном состоянии показана на рис. (5.4, д). Из предельного равновесия участка BC легко найти предельную силу

$$P_{\text{пр}} = \frac{2M_{\text{пр}}}{l_2} = \frac{\sigma_T b h^2}{2l_2}. \quad (5.6)$$

Величина предельной силы не зависит от размеров l_1 и l_2 , изменяя которые, можно только повлиять на порядок появления пластических шарниров. При малом l_1 и большом l_2 вначале возникает пластический шарнир в точке B . При большом l_1 и малом l_2 первым появится пластический шарнир в опоре C . Несущая способность балки увеличивается при уменьшении расстояния l_2 между силой и средней опорой.

ПОРЯДОК И ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ПРОВЕДЕНИЯ РАБОТЫ

Балка на двух шарнирных опорах

1. Произвести замеры поперечного сечения балки (b , h), длины балки (l). Из справочника определить величину предела текучести (σ_T) для заданной марки материала балки. Рассчитать величины изгибающего момента (M_{II}) и соответствующего ему значения внешней нагрузки (P_T) по формуле (5.3). Результаты измерений и расчетов занести в табл. 5.1.

2. Рассчитать по формулам (5.4 и 5.5) глубину пластических деформаций и предельные значения силы и изгибающего момента. Результаты вычислений занести в табл. 5.1

Таблица 5.1

Результаты теоретических расчетов балки на двух опорах

b , м	h , м	l , м	σ_T , МПа	M_{II} , Нм	P_T , Н	c , м	$P_{пр}$, Н	$M_{IIпр}$, Нм

3. Произвести экспериментальное подтверждение полученных результатов. В середине пролета балки (рис. 5.1) установить индикатор перемещений и настроить его на нуль.

4. Загрузить балку силой P , которая в два раза меньше вычисленной $P_{пр}$. Увеличивать силу P равными ступенями так, чтобы прогиб балки под силой увеличивался равными ступенями Δu . В области упругих деформаций прогиб вычисляется по формуле (5.1). Результаты измерений фиксировать в протоколе испытаний, который выдается преподавателем перед началом работы.

Возникновение пластических деформаций в сечении под действием силы приведет к тому, что при тех же значениях Δu значения ΔP будут уменьшаться сначала несущественно, а затем все более заметно. При значениях силы, близких к предельному $P_{пр}$, прирост силы практически прекращается, а прогиб балки продолжает возрастать.

5. Последовательно суммируя значения Δu и ΔP , построить кривую в координатах $u - P$ (пример рис. 5.5). По этой кривой определить $P_{max} = P$.

6. Для сокращения времени эксперимента можно не строить кривую, а сразу загрузить балку так, чтобы она получила пластический изгиб, и найти максимальную силу, которую она выдержит.

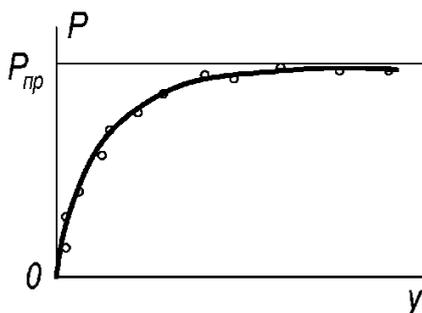


Рис. 5.5. Определение предельной нагрузки двухопорной балки

По окончании эксперимента следует вычислить относительную погрешность, сравнивая данные эксперимента и расчета. Если относительная погрешность не превышает 10%, то результат можно считать удовлетворительным.

Двухпролетная неразрезная балка (схема рис. 5.4).

1. Спросить у преподавателя длину l_1 и l_2 . Замерить поперечное сечение балки (b, h), выписать из справочника значение предела текучести материала балки (σ_T). По формуле (5.6) рассчитать величину предельной нагрузки. Результаты измерений и расчетов занести в табл. 5.2.

Таблица 5.2

Результаты теоретического расчета неразрезной балки

$b, \text{ м}$	$h, \text{ м}$	$l_1, \text{ м}$	$l_2, \text{ м}$	$\sigma_T, \text{ МПа}$	$P_{np}, \text{ Н}$

2. Подтвердить экспериментально величину предельной силы. В точке B под силой P разместить индикатор перемещений. Давая силе P определенные приращения, шаг которых указывает преподаватель в протоколе испытаний, измерить соответствующие прогибы (y).

3. По полученным значениям P и y построить график по примеру (рис. 5.5). Аппроксимировать график плавной кривой. Наибольшая нагрузка, действующая в момент появления второго пластического шарнира, является предельной нагрузкой P_{np} для данной статически неопределимой балки.

4. Сравнить значение предельной нагрузки, полученное экспериментальным способом с теоретическим. Полученным по формуле (5.6).

5. Рассчитать относительную погрешность эксперимента, сделать заключение о достоверности его результатов.

Требования к отчету

Отчет к лабораторной работе должен содержать:

9. Цель работы.

10. Оборудование и инструменты.

11. Расчетные схемы балок по примеру (рис. 5.1 и 5.4).

12. Расчетные формулы (5.1 – 5.6).

13. Эпюры распределения нормальных напряжений в сечении балок.

14. Результаты измерений:

а) Размеры сечения балок и размеры пролетов;

б) Таблицы 5.1 – 5.3;

в) Графики предельных нагрузок ($P_{np} - y$) для каждой балки;

7. Выводы. Сравнить значения предельных нагрузок, полученных теоретически и экспериментально. Объяснить их различие.

Контрольные вопросы

1. Что называется явлением текучести материала?

2. Какой вид имеет идеализированная диаграмма $\sigma - \epsilon$ для пластичного материала? Охарактеризуйте участки этой диаграммы.

3. Опишите поведение материала балки при изгибе за пределом упругих деформаций. Как изменяется вид эпюры нормальных напряжений при возрастании изгибающего момента?

4. Какое напряженное состояние является предельным для пластичного материала? Как вычислить предельный изгибающий момент?
5. Как вычисляется толщина слоя, охваченного пластической деформацией при изгибе балки прямоугольного сечения? Что определяет эту величину?
6. Что такое пластический шарнир? Как ведет себя балка на двух опорах после образования пластического шарнира?
7. Проследите этапы последовательного образования пластических шарниров в случае трехопорной балки. От чего зависит последовательность возникновения пластических шарниров?
8. Чему равна предельная нагрузка на трехопорную балку? Из какого условия она определяется?
9. Как вид имеет зависимость между прогибом балки и силой, вызывающей изгиб? Как используется эта зависимость при экспериментальном определении предельной силы?
10. Какая существует разница между расчетами по предельным нагрузкам и по допускаемым напряжениям? При каком подходе обеспечивается меньшая материалоемкость детали? Объясните причину.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 6

4 часа

ОПЫТНАЯ ПРОВЕРКА ТЕОРЕМЫ О ВЗАИМНОСТИ ЕДИНИЧНЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ

Цель работы: Показать справедливость теоремы о взаимности единичных перемещений на модели балки.

Задачи работы:

1. Определить единичные перемещения в первом сечении балки при нагружении второго сечения. Определить единичные перемещения во втором сечении балки при нагружении первого сечения.
2. Определить единичные перемещения для статически определимой и статически неопределимой балки.

Обеспечивающие средства: балки на трех и двух шарнирных опорах, индикатор перемещений, штангенциркуль, линейка, набор грузов.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Рассмотрим произвольную стержневую систему, элементы которой испытывают деформации изгиба и кручения (рис. 7.1).

Нагрузим рассматриваемую систему в точке 1 единичной силой $\bar{P}_1 = 1$ и вычислим перемещение δ_{21} , которое она вызовет в произвольно выбранной точке (рис. 6.1, а). Для этого приложим в точке 2 единичную силу $\bar{P}_2 = 1$ в направлении искомого перемещения (рис. 6.1, б).

Если в точке 2 определяется угол поворота, то обобщенной силой \bar{P}_2 является единичный момент, действующий в направлении искомого угла.

Вычислив изгибающие и крутящие моменты от действия сил $\bar{P}_1=1$ и $\bar{P}_2=1$ во всех стержнях рассматриваемой системы, искомое перемещение определим по формуле Мора

$$\delta_{21} = \sum \int \frac{\bar{M}_{1и} \cdot \bar{M}_{2и}}{EJ_x} dz + \sum \int \frac{\bar{M}_{1к} \cdot \bar{M}_{2к}}{GJ_p} dz, \quad (6.1)$$

где $\bar{M}_{1и}$ и $\bar{M}_{1к}$ – изгибающий и крутящий моменты от силы $\bar{P}_1=1$, EJ_x – изгибная жесткость стержневой системы, GJ_p – жесткость стержневой при кручении, $\bar{M}_{2и}$ и $\bar{M}_{2к}$ – изгибающий и крутящий моменты от силы $\bar{P}_2=1$.

Если же считать заданной нагрузкой силу $\bar{P}_2=1$, приложенную в точке 2 системы, то можно вычислить вызванное ею перемещение δ_{12} точки 1, приложив в этой точке силу $\bar{P}_1=1$ и также воспользовавшись формулой Мора, которая для этого случая имеет вид

$$\delta_{12} = \sum \int \frac{\bar{M}_{2и} \cdot \bar{M}_{1и}}{EJ_x} dz + \sum \int \frac{\bar{M}_{2к} \cdot \bar{M}_{1к}}{GJ_p} dz. \quad (6.2)$$

Сравнивая формулы (7.1) и (7.2), приходим к выводу, что

$$\delta_{12} = \delta_{21}. \quad (6.3)$$

Соотношение (6.3) является математическим выражением теоремы о взаимности единичных перемещений: если к любой стержневой системе поочередно прикладывать единичные силы в двух произвольно выбранных точках, то перемещение второй точки от действия первой силы численно равно перемещению первой точки от действия второй силы.

Теорема, помимо теоретического значения, имеет и прикладное значение. Например, если требуется определить перемещение точки 2 под влиянием силы P_1 , а произвести непосредственное измерение невозможно из-за конструктивных особенностей системы, то можно, нагрузив систему силой в точке 2, измерить перемещение в доступной точке 1, а затем использовать равенство (3).

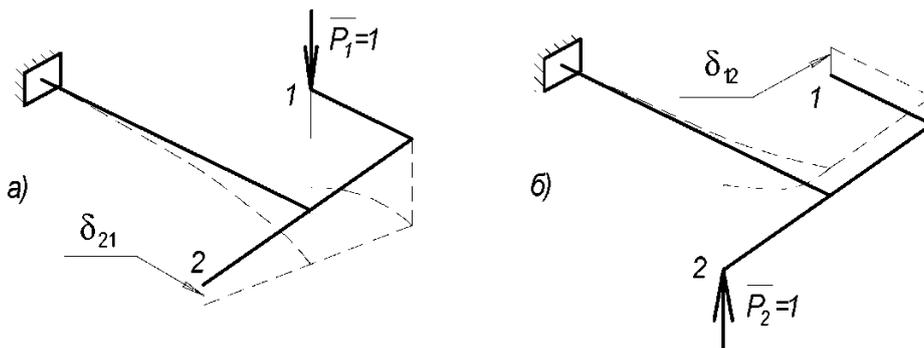


Рис. 6.1. Проверка теоремы о взаимности единичных перемещений: а – нагружение первой силой; б – нагружение второй силой

Порядок и последовательность проведения работы

1. Опытную проверку теоремы провести на статически неопределимой балке (рис. 6.2).

Приложить груз ΔP_1 в точке 1 балки и с помощью индикатора I измерить приращение Δ_{21} вертикального прогиба в точке 2 (рис. 6.2, а).

Увеличить груз в два, три и более раз, при этом каждый раз измерять приращения прогибов, соответствующие каждой ступени нагружения. Вычислить среднее значение приращения прогиба ($\Delta_{21, \text{cp}}$) при увеличении на грузки на ΔP_1 .

Вычислить единичное перемещение точки 2 $\delta_{21} = \frac{\Delta_{21, \text{cp}}}{\Delta P_1}$. Данные занести в таблицу 6.1.

2. Снять груз P_1 с балки. Приложить груз ΔP_2 в точке 2 балки и с помощью индикатора I измерить приращение Δ_{12} вертикального прогиба в точке 1 (рис. 6.2, б). Увеличивая нагрузку ступенчато с шагом ΔP_2 , измерить приращения прогибов Δ_{12} . Вычислить среднее значение приращения прогиба ($\Delta_{12, \text{cp}}$)

и единичное перемещение в точке 1 $\delta_{12} = \frac{\Delta_{12, \text{cp}}}{\Delta P_2}$. Данные занести в таблицу 6.1.

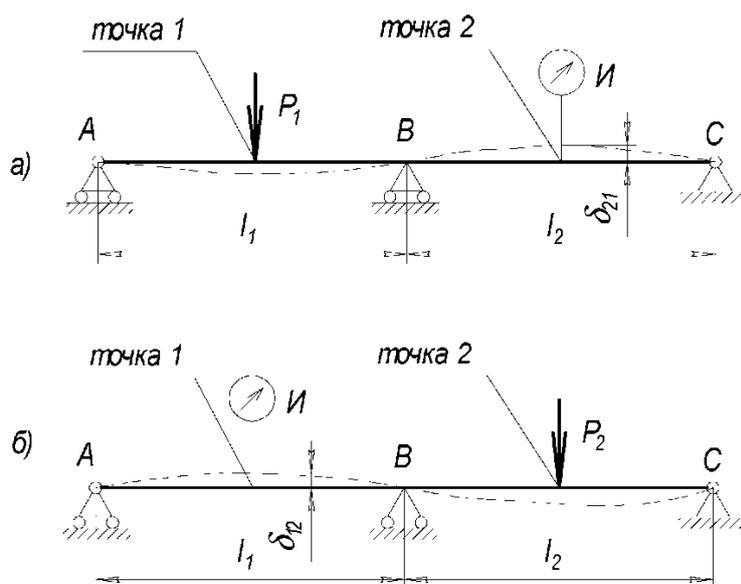


Рис. 6.2. Схема проведения работы для статически неопределимой балки

3. Сравнить полученные перемещения и вычислить относительную погрешность по формуле $\Delta = \frac{\delta_{21} - \delta_{12}}{\delta_{21}} \cdot 100 \%$.

Результат можно считать удовлетворительным, если относительная погрешность не превышает 5 %.

Таблица расчетов статически неопределимой балки

№	$\Delta P_1, \text{Н}$	$\Delta_{21}, \text{мм}$	$\delta_{21}, \text{мм/Н}$	$\Delta P_2, \text{Н}$	$\Delta_{12}, \text{мм}$	$\delta_{12}, \text{мм/Н}$	$\Delta, \%$
1							
2							
3							
4							
5							
	$\Delta_{21, \text{ср}} =$			$\Delta_{12, \text{ср}} =$			

4. Провести опытную проверку теоремы о взаимности перемещений на статически определимой балке. Для этого необходимо убрать опору А (рис. 6.3) и полностью повторить пп. 1–3. Заполнить таблицу 6.2.

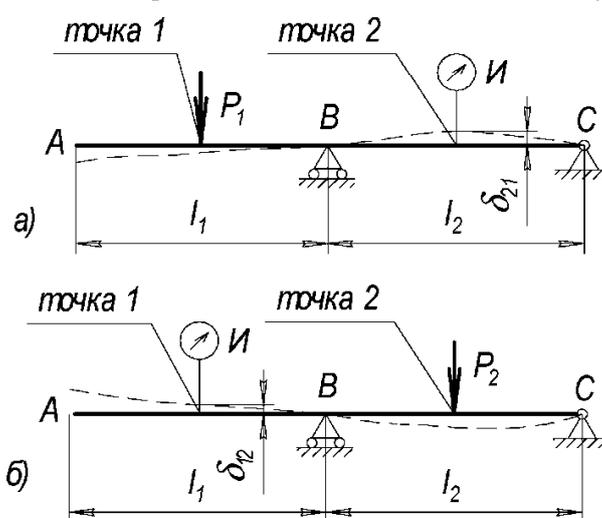


Рис. 6.3. Схема статически определимой балки

Таблица расчетов статически определимой балки

№	$\Delta P_1, \text{Н}$	$\Delta_{21}, \text{мм}$	$\delta_{21}, \text{мм/Н}$	$\Delta P_2, \text{Н}$	$\Delta_{12}, \text{мм}$	$\delta_{12}, \text{мм/Н}$	$\Delta, \%$
1							
2							
3							
4							
5							
	$\Delta_{21, \text{ср}} =$			$\Delta_{12, \text{ср}} =$			

Требование к отчету

В отчете необходимо привести:

1. Цель работы.
2. Оборудование и инструменты.
3. Расчетные схемы балок (рис. 6.2 и 6.3).

4. Таблицу расчетов статически неопределимой балки (табл. 6.1).
5. Таблицу расчета статически определимой балки (табл. 6.2).
6. Выводы.

Контрольные вопросы

1. Сформулируйте теорему о взаимности единичных перемещений. Для каких систем она справедлива?
2. Является ли сравнение формул (6.1) и (6.2) строгим доказательством теоремы? Объясните, почему.
3. Как применить теорему о взаимности перемещений для сравнения прогиба балки в одном сечении с углом поворота в другом сечении?
4. Влияют ли форма и размеры поперечных сечений модели балки на результат эксперимента? Объясните, почему.
5. Почему силы P_1 и P_2 прикладываются не сразу, а ступенчато?
6. Какую размерность имеют единичные перемещения δ_{21} и δ_{12} ? Дайте обоснование ответа.
7. Какие факторы влияют на погрешность $\delta_{21}-\delta_{12}$?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 7

4 часа

ИССЛЕДОВАНИЕ ДЕФОРМАЦИЙ В СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМОЙ РАМНОЙ КОНСТРУКЦИИ

Цель работы: Экспериментально показать справедливость теоретического расчета перемещений в рамах с помощью интеграла Мора и правила Верещагина.

Задачи работы:

1. Изучить деформации модели рамы под действием нагрузки.
2. Провести качественное сравнение форм изогнутой оси рамы, полученных опытным путем и расчетным методом.

Обеспечивающие средства: плоская прямоугольная рама с шарнирно или жестко защемленными концами, нагрузочное приспособление, индикатор перемещений. Набор гирь.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Для оценки жесткости рамной конструкции необходимо определять перемещения, возникающие под действием расчетной нагрузки. Для железобетонных конструкций важно также знать форму изогнутой оси рамы, поскольку растянутые зоны стержней рамы необходимо усиливать дополнительной стальной арматурой. Знание изогнутой оси рамы может оказаться полезным и при расчете рам на колебания и действие ударных нагрузок.

Помимо расчетных способов определения перемещений рамы можно использовать экспериментальный метод непосредственного замера перемещений на модели рамы. Теоретический расчет простейших рам обычно ведется с помощью интеграла Максвелла – Мора и правила Верещагина.

Рассмотрим его применение на примере рамы, изображенной на рис. 7.1, а. Рама один раз статически неопределима. Выберем основную систему ОС так, как показано на рис. 7.1, б. Эквивалентная система ЭС изображена на рис. 7.1, в, а эпюры изгибающих моментов от заданной нагрузки и от единичной силы – на рис. 7.1, г, д.

Вычислив свободный член Δ_{1P} и коэффициент δ_{11} канонического уравнения по способу Верещагина, получим

$$\Delta_{1P} = -\frac{8Pl^3}{3EJ}, \quad \delta_{11} = \frac{9l^3}{2EJ}, \quad X_1 = -\frac{\Delta_{1P}}{\delta_{11}} = \frac{16}{27}P. \quad (7.1)$$

Суммарная эпюра изгибающих моментов M_{Σ} показана на рис. 7.1, е.

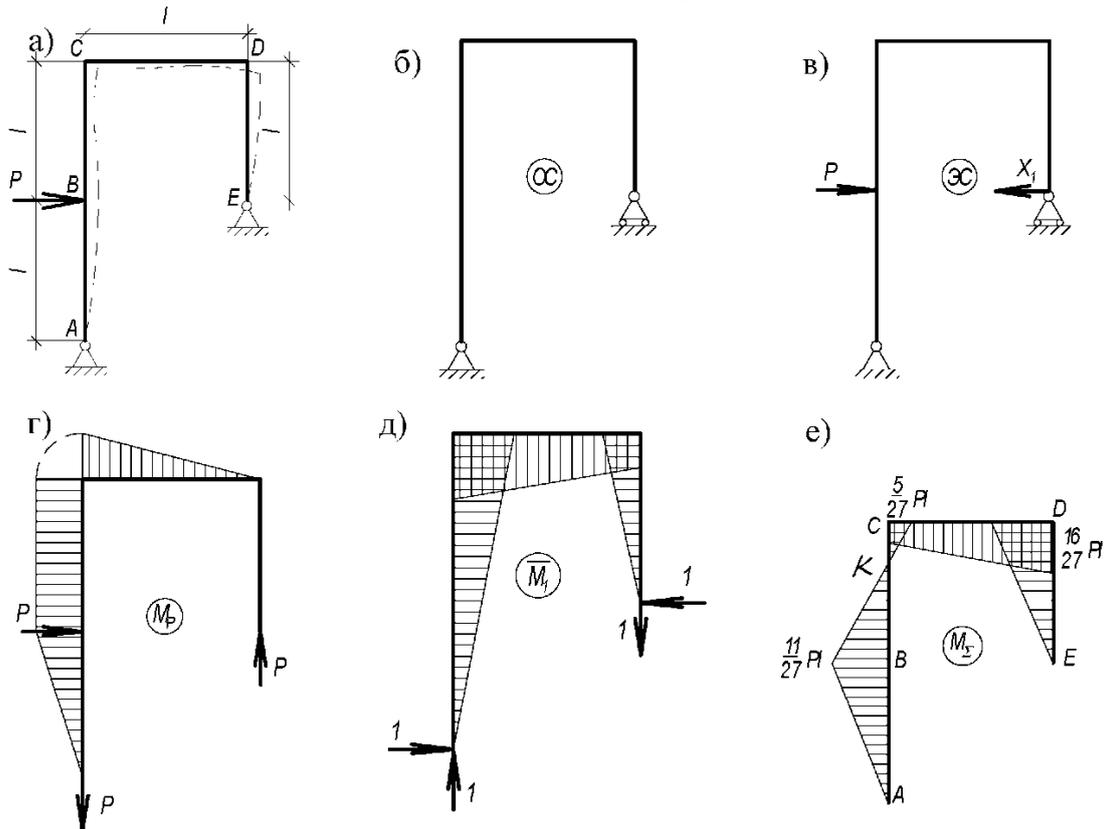


Рис. 7.1. Деформация плоской рамы: а – нагрузка рамы, б – основная система, в – эквивалентная система; г, д, е – эпюры изгибающих моментов от заданной нагрузки, от единичной силы и суммарная эпюра изгибающих моментов соответственно

Так как ординаты суммарной эпюры M_{Σ} откладываются со стороны сжатых волокон, по виду эпюры можно изобразить изогнутую ось рамы. Участок AK имеет выпуклость вправо (в сторону растянутых волокон). В точке K , где $M_{\Sigma} = 0$, на оси оказывается точка перегиба. На участке KC – выпуклость влево, на участке CD – выпуклость вверх, на участке DE – выпуклость вправо. В соответствии с этим на рис. 7.1, а штриховой линией показан эскиз изогнутой оси рамы.

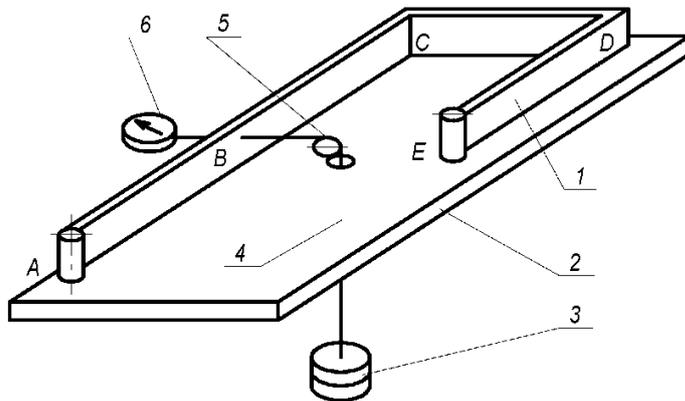
Чтобы вычислить любое перемещение сечения рамы, необходимо в этом сечении к основной системе приложить единичную силу в направлении искомого перемещения, построить эпюру \overline{M} от этой единичной силы и перемножить ее по правилу Верещагина на эпюру M_{Σ} . Для вычисления перемещения Δ_B точки приложения силы P воспользуемся эпюрой M_P . Так как нам нужна эпюра от единичной силы, уменьшим все ординаты эпюры M_P в P раз, т. е. будем считать $P = 1$. Умножив эту эпюру на M_{Σ} , получим

$$\Delta_B = \frac{1}{EJ} \left(\frac{M_P}{P} M_{\Sigma} \right) = \frac{0,1106 Pl^3}{EJ}. \quad (7.2)$$

Аналогично вычисляется любое другое перемещение рамы, если известна изгибная жесткость EJ ее стержней.

ПОРЯДОК И ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ПРОВЕДЕНИЯ РАБОТЫ

Схема испытательной установки показана на рис. 7.2. Рама, выполненная из стальных полос прямоугольного сечения, размещается в горизонтальной плоскости на специальной подставке и укрепляется в точках A и E на опорах, допускающих поворот сечений вокруг осей, перпендикулярных плоскости рамы.



1 – рама; 2 – основание; 3 – грузы; 4 – трос; 5 – блок; 6 – индикатор перемещений

Рис. 7.2. Схема экспериментальной установки

Нагрузка рамы (1), укрепленной на основании (2), осуществляется съемными грузами (3), подвешенными к тросу (4), перекинутому через блок (5). Перемещение сечения B измеряется индикатором перемещений (6).

1. Произвести замеры поперечного сечения (b и h), геометрических параметров рамы (l_1 , l_2 , l_3). Результаты измерений занести в табл. 7.1. Спросить у преподавателя величину внешней нагрузки P .

3. По формуле (7.2) рассчитать величину прогиба в точке приложения внешней силы. Результаты расчета внести в табл. 7.2.

4. С помощью индикатора перемещений определить экспериментально величину прогиба в точке приложения внешней силы. Результаты измерений занести в табл. 7.2.

Таблица 7.1

Результаты измерений

$l_1, \text{ м}$	$l_2, \text{ м}$	$l_3, \text{ м}$	$b, \text{ м}$	$h, \text{ м}$

Таблица 7.2

Результаты определения прогиба рамы

$P, \text{ Н}$	$\Delta_B^T, \text{ м}$	$\Delta_B^O, \text{ м}$	$\delta, \%$

5. Вычислить относительную погрешность по формуле

$$\delta = \frac{\Delta_B^T - \Delta_B^O}{\Delta_B^T} \cdot 100\%.$$

Результат можно считать удовлетворительным, если относительная погрешность не превышает 5%.

6. Обвести на листе бумаге контур деформированной оси рамы. По эскизу определить положение точки перегиба (K) и участки с различными кривизнами. Полученный эскиз сравнить с эскизом, выполненным на основании рассмотрения эпюры M_{Σ} .

7. Сделать вывод о степени качественного совпадения этих двух эскизов.

Требование к отчету

Отчет должен содержать:

1. Цель работы.
2. Используемое оборудование и инструменты.
3. Расчетные схемы рамы.
4. Теоретический расчет фермы.
5. Таблицы 7.1 и 7.2.
6. Эскизы изогнутой оси рамы.
7. Выводы по работе.

Контрольные вопросы

1. Перечислите последовательность операций, которые необходимо проделать для определения перемещений в заданном сечении конструкции. В чем состоит различие при вычислении перемещения для статически определимой и статически неопределимой рамы?

2. Как используется эпюра изгибающих моментов при выполнении эскиза изогнутой оси рамы?

3. Как определить положение точек перегиба на оси рамы? Дайте обоснование ответа.

4. В чем состоит различие в ходе расчетов при определении линейного перемещения и угла поворота сечения рамы?

5. Как учитываются свойства материала, размеры и форма сечения рамы? Как производится расчет для рамы, составленной из стержней различного сечения?

6. В каких случаях можно использовать правило Верещагина? Почему оно применимо при определении перемещения рам, составленных из прямолинейных стержней?
7. опишите устройство экспериментальной установки. Каким способом измеряется перемещение? Какова точность измерительного прибора?
8. Почему при проведении опыта используется ступенчатое нагружение? Как вычислить среднее значение приращения перемещения на одну ступень нагрузки?
9. Как оценить точность экспериментальных результатов?
10. Как получить эскиз изогнутой оси рамы на модели? С чем сравнивается этот эскиз?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 8

6 часов

РАСЧЕТ БАЛОК И РАМНЫХ КОНСТРУКЦИЙ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Цель работы: Научиться использовать при проектировании инженерных конструкций современные САПР на примере CAE – системы *Win machine*.

Задачи работы:

1. Изучить способы создания расчетных схем балок, рамных конструкций.
2. Получить деформированную схему сконструированной схемы и схему полей напряжений.

Обеспечивающие средства: Персональный компьютер с установленной системой *Win machine*.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Основные этапы использования метода конечных элементов (МКЭ) на примере расчета плоской конструкции, изображенной на рис. 6.1.

На первом этапе выбирается расчетная схема и наносится сетка конечных элементов. На рис. 6.1, б показана рассматриваемая половина конструкции ввиду ее симметрии с выбранной сеткой квадратных элементов $a = b = 0,2$ м. От нумерации узлов и конечных элементов (в кружках) зависит структура матрицы системы уравнений, к которой сводится решение задачи. Матрица имеет ленточную структуру, показанную на рис. 6.1, б.

В заштрихованной ленте шириной $2M$ в каждой строке могут находиться ненулевые элементы, вне ее все элементы нулевые. Это связано с тем, что в уравнения равновесия узла входят лишь обобщенные силы, соответствующие элементам, примыкающим к этому узлу. Можно сказать, что данный узел непосредственно взаимодействует только с ближайшими окружающими его узлами.

При нумерации надо стремиться к тому, чтобы наибольшая разность номеров взаимодействующих узлов была как можно меньше. В данном случае общее число неизвестных перемещений за вычетом перемещений закреплен-

ных на границе узлов будет $n = 2 \cdot 133 - 2 \cdot 7 - 7 = 245$. Таков порядок системы уравнений в данной задаче; полуширина ленты $M = 30$. Ленточность структуры уравнений является большим достоинством МКЭ, так как упрощает и ускоряет решение уравнений.

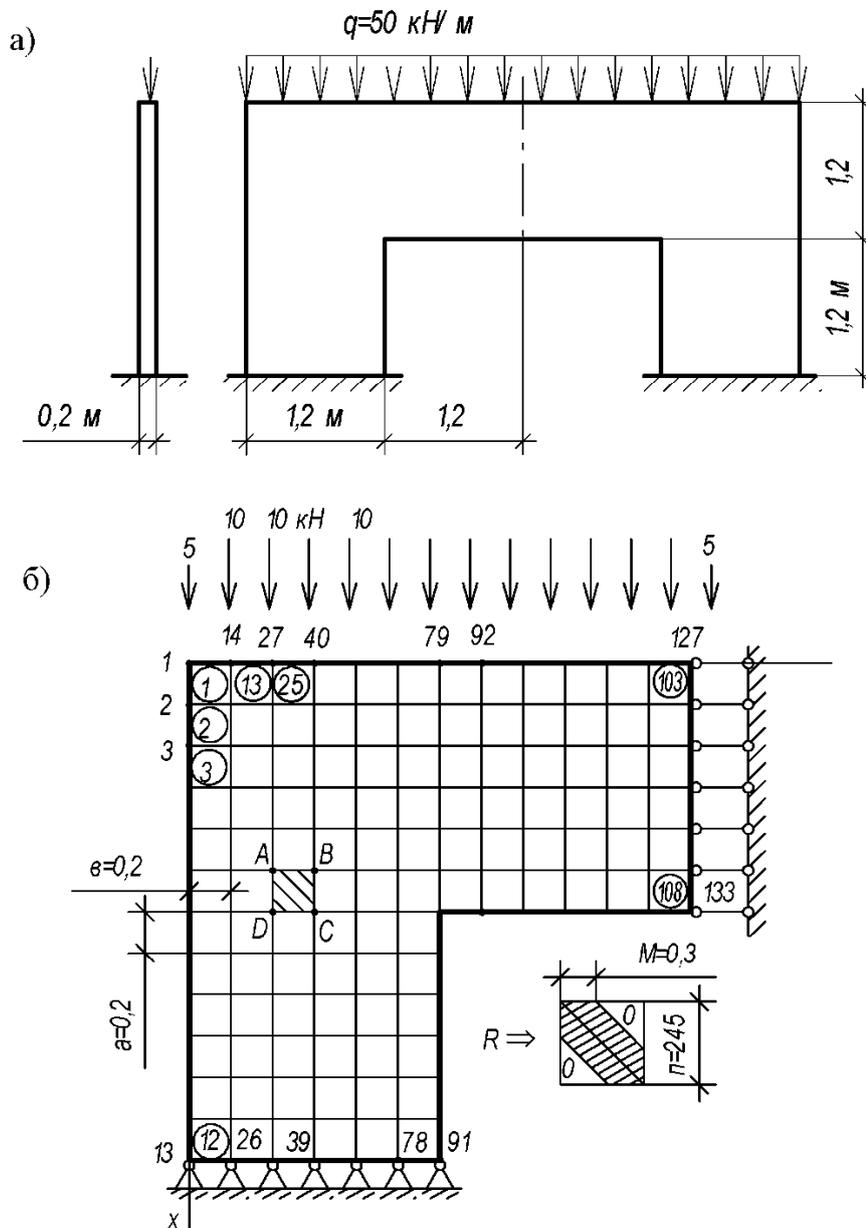


Рис. 6.1. Схема разбиения конструкции на конечные элементы

На следующем этапе строится матрица жесткости (отдельных элементов в местной системе координат. Из отдельных матриц жесткости формируется матрица жесткости всей конструкции в системе координат xu . После решения системы уравнений находятся перемещения каждого узла конструкции. После того, как определены перемещения узлов находятся напряжения. На рис. 6.2

показана общая картина перемещения узлов. На рис. 6.3 – эпюры напряжений в двух сечениях конструкции. В расчетах принято $E = 40$ ГПа, $\mu = 0,1$.

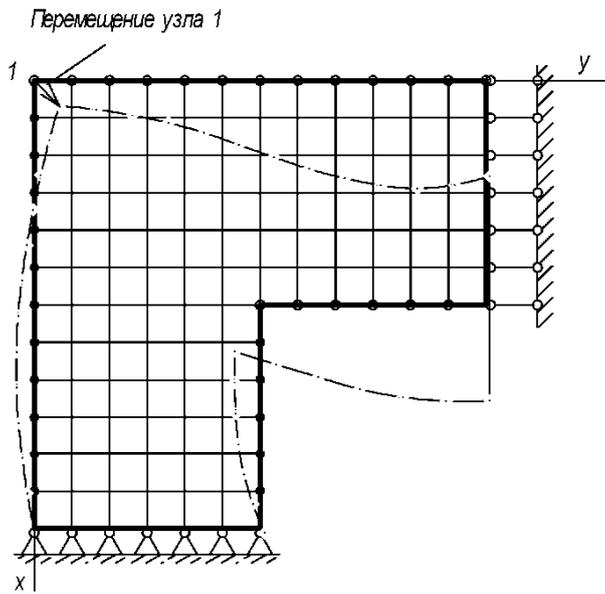


Рис. 6.2. Схема перемещения узлов

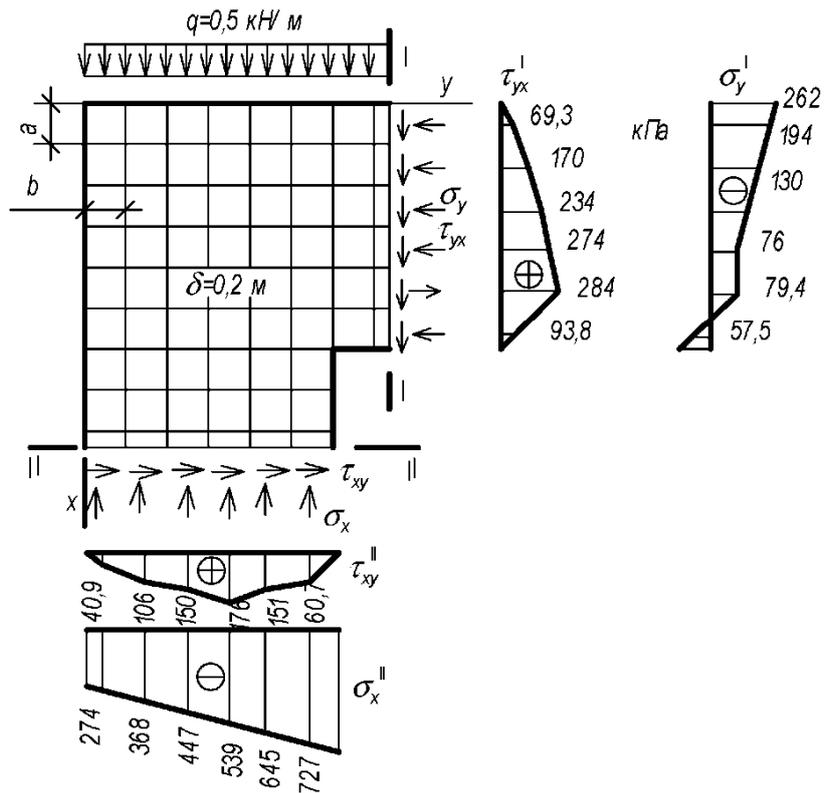


Рис. 6.3. Эпюры напряжений в двух сечениях конструкции

ПОРЯДОК И ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Получить у преподавателя расчетную схему балки или рамы.
2. Создайте геометрическую схему. Нажмите кнопку на системной панели «Создание новой схемы». Появится окно редактора схем. Нажать кнопку «Сохранение схемы» и назначить имя файла. Нажмите левой кнопкой мыши на окно «Текущий тип элемента» (белое поле справа от панелей инструментов). Появится окно «Типы элементов». В нем выберите двойным щелчком левой кнопки мыши «Отрезок» (библиотека Геометрические элементы). Соответствующее изображение появится в поле «Текущий тип элемента». Таким образом, мы назначили текущий тип элемента. Нажмите кнопку «Нарисовать элемент». Курсор в окне редактора примет форму перекрестия. Нажмите левую кнопку мыши (первая точка отрезка). Нажмите клавишу пробел. Появится «Линейка», с помощью которой можно откладывать отрезки заданной длины по данному направлению. Клавишу пробел нужно нажимать при соответствующем положении курсора: если на экране отмечена привязка к точке (изображена красным крестиком), то линейка будет приложена к отмеченной точке.
3. Созданную схему следует разбить на более мелкие элементы. На этом этапе схему целесообразно сохранить под новым именем (кнопка «Сохранить как...») чтобы можно было попробовать различную разбивку.
4. Теперь можно приступать к решению задачи. Нажмите кнопку «Решение задачи» и установите галочку на пункте «Прямые методы» (такую схему быстрее решать прямыми методами). Нажав правой кнопкой мыши на кнопке «Рисовать деформированную схему» установить масштаб деформаций (1 : 10).
5. Изобразить изолинии и получить график напряжений. Подписать характерные точки.

Требование к отчету

Отчет должен содержать расчетную схему и деформированную схему с полями напряжений в электронном виде и сохранен на рабочем столе.

Контрольные вопросы

1. Что представляет собой сплошное тело при использовании МКЭ?
2. Чем определяется число степеней свободы конечных элементов?
3. Какие гипотезы применяются в методе МКЭ?
4. Какие программные продукты разработаны для расчета элементов конструкций по методу МКЭ?
5. Как создается расчетная схема конструкции в Win Machine?
6. Как создается распределенная, сосредоточенная нагрузки в Win Machine?
7. Возможно ли использование метода МКЭ без знания традиционных методов расчета инженерных конструкций?

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Анохин, Н. Н.* Строительная механика в примерах и задачах [Текст] : учеб. пособие. Ч. I. Статически определимые системы / Н. Н. Анохин. – М. : АСВ, 1999. – 320 с.
2. *Анохин, Н. Н.* Строительная механика в примерах и задачах [Текст] : учеб. пособие. Ч. II. Статически неопределимые системы / Н. Н. Анохин. – М. : АСВ, 1999 – 384 с.
3. *Саргсян, А. Е.* Строительная механика. Основы теории с примерами расчетов [Текст] : учебник для вузов / А. Е. Саргсян. – СПб., 2001. – 320 с.
4. *Саргсян, А. Е.* Строительная механика. Основы теории с примерами расчетов [Текст] : учебник для вузов / А. Е. Саргсян. – М. : Высш. шк., 2000. – 431 с.
5. *Снитко, Н. К.* Строительная механика [Текст] : учебник для вузов / Н. К. Снитко. – М. : Высш. шк., 1980. – 431 с.